

# PROPUESTA DE MÉTODO ALTERNATIVO MATRICIAL PARA LA RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE 2X3 APLICABLE A OTRAS DIMENSIONES

Pedro Oscar Semeniuk<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Experiencias de cátedra.

<sup>2</sup> Autor, Ingeniero Electricista, [semeniuk@fio.unam.edu.ar](mailto:semeniuk@fio.unam.edu.ar)

## Resumen

Existen diversos métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales que, básicamente, reducen el sistema a otro equivalente donde se deduzca fácilmente la solución.

El presente método, por su simplicidad, es aplicable principalmente para sistemas de 2x3, sistemas que aparecen como intersección de planos en  $R^3$ , pero con la posibilidad de aplicarse a sistemas de otras dimensiones.

**Palabras clave:** *sistemas de ecuaciones lineales – matriz elemental – matriz inversa*

## Introducción

En muchas oportunidades se presentan sistemas de 2x3 donde geoméricamente representan dos planos, que al intersectarse pueden generar una recta, un plano o si son paralelos, nada. Aunque se dispone de diversos métodos para la resolución de los mismos, propongo un método alternativo como una opción más.

## Metodología

Para el análisis se deben considerar algunas cuestiones:

- El sistema de 2x3 puede ser expresado en forma matricial:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 \end{cases} \quad \left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \end{array} \right)$$

- Hay que tener en cuenta que si  $A$  es una matriz de 2x2 y  $A^{-1}$  es su matriz inversa,  $A^{-1} \cdot A = I_2$ , donde  $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  es la matriz identidad de 2x2.

- El objetivo es reducir el sistema anterior a un sistema equivalente tal, que resulte sencillo de analizar y obtener la solución:

$$\begin{cases} a'_{11}x + y + 0z = b'_1 \\ a'_{21}x + 0y + z = b'_2 \end{cases} \quad \left( \begin{array}{ccc|c} a'_{11} & 1 & 0 & b'_1 \\ a'_{21} & 0 & 1 & b'_2 \end{array} \right)$$

Considerando la matriz  $A = \begin{bmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$ , si a ésta se la pre multiplica por su inversa ( $A^{-1}$ ), se obtiene la matriz identidad ( $I_2$ ).

Una forma fácil de obtener la inversa es (método de la adjunta):

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} a_{23} & -a_{13} \\ -a_{22} & a_{12} \end{bmatrix}$$

Realizando la operación:

$$\frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} a_{23} & -a_{13} \\ -a_{22} & a_{12} \end{bmatrix} \cdot \left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|c} a'_{11} & 1 & 0 & b'_1 \\ a'_{21} & 0 & 1 & b'_2 \end{array} \right)$$

Y al quedar reducida la matriz ampliada, se reescribe el sistema

$$\begin{cases} a'_{11}x + y = b'_1 \\ a'_{21}x + z = b'_2 \end{cases}$$

obteniendo muy fácilmente la solución:

$$\begin{cases} x = \mu \\ y = b'_1 - a'_{11}\mu \\ z = b'_2 - a'_{21}\mu \end{cases}$$

## Resultados y discusión

Un ejemplo:

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ x - 2y + 2z = 5 \end{cases} \text{ en forma matricial: } \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 5 \end{array} \right)$$

La matriz elegida es  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$  cuya inversa es  $A^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

Haciendo el producto matricial, se obtiene el sistema reducido equivalente en un solo paso:

$$\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 5 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|c} \frac{3}{8} & 1 & 0 & -\frac{3}{8} \\ \frac{7}{8} & 0 & 1 & \frac{17}{8} \end{array} \right)$$

Reescribiendo el sistema:  $\begin{cases} x = \mu \\ y = -\frac{3}{8} - \frac{3}{8}\mu \\ z = \frac{17}{8} - \frac{7}{8}\mu \end{cases}$  que en este caso, es la ecuación de una recta.

Otro ejemplo aplicando el método, pero en un sistema cuadrado:

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ x - 2y + 2z = 5 \\ x + y + z = 0 \end{cases} \text{ en forma matricial: } \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right) \text{ donde podemos elegir la matriz}$$

$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$  cuya inversa es  $A^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  y ésta, pre multiplicando a la matriz ampliada:

$$\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right) \text{ modificamos solamente las dos primeras filas, con lo que}$$

queda la matriz reducida:  $\left( \begin{array}{ccc|c} \frac{3}{8} & 1 & 0 & -\frac{3}{8} \\ \frac{7}{8} & 0 & 1 & \frac{17}{8} \\ \frac{7}{8} & 0 & 1 & \frac{17}{8} \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right)$  de la cual se reescribe el sistema reducido:

$$\begin{cases} \frac{3}{8}x + y = -\frac{3}{8} \\ \frac{7}{8}x + z = \frac{17}{8} \\ x + y + z = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = -\frac{3}{8} - \frac{3}{8}x \\ z = \frac{17}{8} - \frac{7}{8}x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + \left(-\frac{3}{8} - \frac{3}{8}x\right) + \left(\frac{17}{8} - \frac{7}{8}x\right) = 0 \rightarrow x - \frac{3}{8}x - \frac{7}{8}x = \frac{3}{8} - \frac{17}{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{8} - \frac{3}{8} \cdot 7 \\ z = \frac{17}{8} - \frac{7}{8} \cdot 7 \\ x = 7 \end{cases} \text{ resultando como solución } S = \{(7, -3, -4)\}$$

Este método ya ha sido probado en el aula, logrando por su simplicidad, excelentes resultados en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

### **Conclusiones**

La mejor forma de probar la funcionalidad de un método, es en el aula, y en este caso pude verificar una muy buena aceptación del mismo por parte de los alumnos, que al poder optar por otros, la gran mayoría lo hacía por éste debido a su simplicidad.

### **Referencias**

Grossman, Stanley I. (1997). *Algebra lineal*. México: Mc Graw Hill.

Zill, Dennis G. (1985). *Cálculo con Geometría Analítica*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Poole, David. (2011). *Álgebra Lineal. Una introducción moderna*. México: Cengage Learning.